

## Тема: Понятие производной. Формулы и правила дифференцирования.

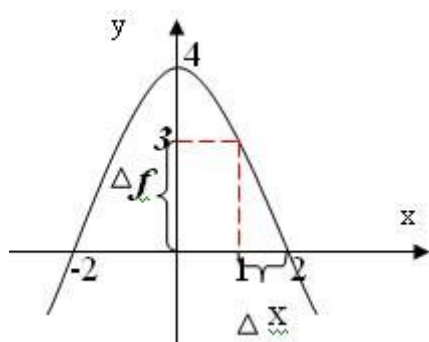
Срок сдачи до 23.11.2024

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ:

Просмотреть презентацию и видеоролик по ссылке:

<https://rutube.ru/video/9da4eb892ec67882a787ca9f5b5affc3/?r=wd><https://dzen.ru/video/watch/607d4d51eac7203d757e9abc?f=d2d>

изучить теоретический материал по учебнику п.12 стр.97, п.15 стр.113.

Часто нас интересует не значение какой-либо величины, а ее **изменение**.Например: Дан график функции  $y = 4 - x^2$ По графику найти значение функции в точке  $x_1 = 1$  и  $x_2 = 2$ .Разность  $x_2 - x_1 = 2 - 1 = 1$ ;  $\Delta x = 1$  $f(1) = 3$ ;  $f(2) = 0$ ;  $f(2) - f(1) = 0 - 3 = -3$  $\Delta f = -3$ 

В приведенном примере мы не только вычислили значения функции  $f(x)$  в некоторых точках, но и оценили изменения  $\Delta f$  этой функции при заданных изменениях аргумента  $\Delta x$ .

При сравнении значений функции  $f$  в некоторой фиксированной точке  $x_0$  со значениями этой функции в различных точках  $x$ , лежащих в окрестности  $x_0$ , удобно выражать разность  $f(x) - f(x_0)$  через разность  $x - x_0$ , пользуясь понятиями “приращение функции” и “приращение аргумента”.

Рассмотрим функцию  $y = f(x)$ . Пусть  $x$  – произвольная точка, лежащая в некоторой окрестности фиксированной точки  $x_0$ . Разность  $x - x_0$  называется приращением независимой переменной (или приращением

аргумента) в точке  $x_0$  и обозначается  $\Delta x$ . Таким образом,  $\Delta x = x - x_0$ , откуда следует, что  $x = x_0 + \Delta x$ .

Говорят также, что первоначальное значение аргумента  $x_0$  получило приращение  $\Delta x$ . Вследствие этого значение функции  $f$  изменится на величину  $f(x) - f(x_0) = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ .

Эта разность называется приращением функции  $f$  в точке  $x_0$ , соответствующим приращению  $\Delta x$ , и обозначается  $\Delta f$ , т. е. по определению

$$\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0), \text{ откуда } f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + \Delta f.$$

$\Delta$  Обратите внимание: при фиксированном значении  $x_0$  приращение  $\Delta f$  есть функция от  $\Delta x$ .

Пример 1:

Найти приращение аргумента и приращение функции в точке  $x_0$ , если

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 & x_0 &= 2 & x &= 1,9 \\ \Delta x &= x - x_0; \\ \Delta x &= 1,9 - 2 = -0,1; \\ \Delta f &= f(x) - f(x_0); \\ \Delta f &= f(1,9) - f(2) = 1,9^2 - 2^2 = 3,61 - 4 = -0,39 \end{aligned}$$

Решение: *Ответ* :  $\Delta x = -0,1$ ;  $\Delta f = -0,39$

Рассмотрим график функции  $y = f(x)$ . Геометрический смысл приращения функции можно понять, рассмотрев рисунок. (Слайд б.) Прямую  $l$ , проходящую через любые две точки графика функции  $f$ , называют **секущей** к графику  $f$ . Уравнение прямой на плоскости имеет вид  $y = kx + b$ . Угловым коэффициентом  $k$  секущей, проходящей через точки  $(x_0; f(x_0))$  и  $(x; f(x))$ , равен  $\operatorname{tg} \alpha$ .  $\Delta ABC$  – прямоугольный.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{BC}{AC} \text{ или } k = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

№184(a)

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2; x_1 = 0; x_2 = 1$$

Решение  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta f}{\Delta x};$

$$\Delta x = x - x_0;$$

$$\Delta f = f(x) - f(x_0);$$

$$\Delta x = 1 - 0 = 1;$$

$$\Delta f = f(1) - f(0) = \frac{1}{2} \cdot 1^2 - \frac{1}{2} \cdot 0^2 = \frac{1}{2}$$

$$k = \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2} > 0 \Rightarrow \alpha - \text{острый}$$

Ответ:  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}; \alpha - \text{острый}$

## Таблица производных

1.  $c' = 0, c = \text{const}$

2.  $(x^n)' = nx^{n-1}$

3.  $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$

4.  $(e^x)' = e^x$

5.  $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$

6.  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

7.  $(\sin x)' = \cos x$

8.  $(\cos x)' = -\sin x$

9.  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

10.  $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

11.  $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

$$(c \cdot u)' = c \cdot u'$$

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

## ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Составить конспект материала, совместно с разбором задач.

Контрольные вопросы:

1. Понятие приращение аргумента и формула.

2. Понятие приращения функции и формула.
3. Понятие секущей.
4. Понятие тангенса угла наклона секущей к оси абсцисс и формула.
5. Таблица производных функции и правила дифференцирования выписать в тетрадь
6. Решить № 208